

# 114 學年度四技二專第二次聯合模擬考試

## 共同科目 數學(B)卷 詳解

數學(B)卷

114-2-B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	A	D	A	B	D	D	A	B	A	B	C	A	C	C	C	D	D	B	C	B	B	A	C	B

1. 設小吳從  $A(1, 2)$  向右 3 單位向下 4 單位到達

$$B(4, -2), \text{ 即 } \overrightarrow{AB} = (3, -4) \Rightarrow |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$$

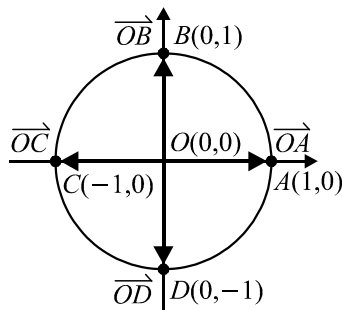
小吳每小時騎 10 公里，則 2 小時騎了 20 公里

設小吳騎 2 小時後到達  $C(x, y)$

$$\overrightarrow{AC} = (x-1, y-2) = \frac{20}{5}(3, -4) = (12, -16)$$

$$\Rightarrow C(x, y) = (13, -14), \text{ 故選(D)}$$

2. 根據題目敘述作圖如下：



(A)  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OA} = 1 \times 1 \times \cos 0^\circ = 1$

(B)  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 1 \times 1 \times \cos 90^\circ = 0$

(C)  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = 1 \times 1 \times \cos 180^\circ = -1$

(D)  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OD} = 1 \times 1 \times \cos 90^\circ = 0$

故選(A)

3. 將四條直線方程式都改寫如下：

$$L_1: y = -\frac{2}{3}x - \frac{4}{3}, \text{ 斜率 } m_1 = -\frac{2}{3}$$

$$L_2: y = 3x + 4, \text{ 斜率 } m_2 = 3$$

$$L_3: y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}, \text{ 斜率 } m_3 = -\frac{1}{2}$$

$$L_4: y = -\frac{3}{2}x + 3, \text{ 斜率 } m_4 = -\frac{3}{2}$$

$$\text{因為 } -\frac{3}{2} < -\frac{2}{3} < -\frac{1}{2} < 3 \Rightarrow m_4 < m_1 < m_3 < m_2$$

故選(D)

4. 有向角中逆時針記為正角，順時針記為負角。此題順時針方向轉 1.5 圈  $= -360^\circ \times 1.5$  記為  $-540^\circ$ ；逆時針方向轉  $270^\circ$  記為  $+270^\circ$

$$\text{所以 } -540^\circ + 270^\circ = -270^\circ, \text{ 故選(A)}$$

5. 由  $ab > 0$ 、 $a + b < 0$ ，所以  $a < 0$  且  $b < 0$

因為點  $P(a, b)$  到  $x$  軸的距離為 3，則  $b = -3$

又點  $P(a, b)$  到  $y$  軸的距離為 5，則  $a = -5$

$P(-5, -3)$  到直線  $3x + 4y - 11 = 0$  的距離為

$$\frac{|3 \cdot (-5) + 4 \cdot (-3) - 11|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{38}{5}, \text{ 故選(B)}$$

6. 利用餘式定理得  $f(x)$  除以  $x+1$  的餘式為

$$f(-1) = 2025(-1)^{14} + 11(-1)^{11} + 10(-1)^{10} + 2 = 2025 - 11 + 10 + 2 = 2026, \text{ 故選(D)}$$

$$7. L_1 \text{ 通過 } (0, 1) \text{、} (2, 2) \Rightarrow m_1 = \frac{2-1}{2-0} = \frac{1}{2}$$

$$\text{利用點斜式可得 } L_1: y-1 = \frac{1}{2}(x-0)$$

$$\text{整理得 } L_1: x-2y+2=0, \text{ 即 } b=2$$

$$L_2 \text{ 通過 } (\frac{1}{2}, 0) \text{、} (2, 2) \Rightarrow m_2 = \frac{2-0}{2-\frac{1}{2}} = \frac{4}{\frac{3}{2}}$$

$$\text{利用點斜式可得 } L_2: y-2 = \frac{4}{3}(x-2)$$

$$\text{整理得 } L_2: 4x-3y-2=0$$

$$\text{除以 } -3 \text{ 得 } L_2: -\frac{4}{3}x + y + \frac{2}{3} = 0, \text{ 即 } d = \frac{2}{3}$$

$$\text{即 } \frac{b}{d} = \frac{2}{\frac{2}{3}} = 3, \text{ 故選(D)}$$

$$8. y = ax^2 \text{ 通過 } (-1, 1) \Rightarrow a(-1)^2 = 1 \Rightarrow a = 1$$

$$y = bx^2 \text{ 通過 } (-1, \frac{1}{2}) \Rightarrow b(-1)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$y = cx^2 \text{ 通過 } (-1, -1) \Rightarrow c(-1)^2 = -1 \Rightarrow c = -1$$

$$\text{水平線 } y = d \text{ 通過 } (-1, -1) \Rightarrow d = -1$$

$$\text{即 } a > b > c = d, \text{ 故選(A)}$$

9. 矩形面積為  $(2x+3)(x+5)$

$$\text{正方形面積為 } (x+a)^2$$

$$\text{則剩下面積為 } (2x+3)(x+5) - (x+a)^2$$

此式可被  $x+6$  整除

由因式定理知， $x = -6$  代入其值為 0

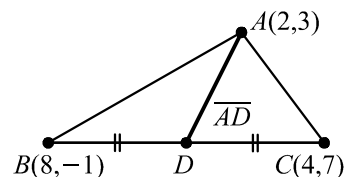
$$\Rightarrow [2 \times (-6) + 3] \times [(-6) + 5] - [(-6) + a]^2 = 0$$

$$\Rightarrow (-9) \times (-1) - (-6+a)^2 = 0 \Rightarrow (a-6)^2 = 9$$

$$\Rightarrow a-6 = \pm 3 \Rightarrow a = 3 \text{ 或 } 9$$

$$\text{因 } x+a \leq x+5 \Rightarrow a \leq 5, \text{ 故選(B)}$$

10. 根據題目敘述作圖如下：



$\overline{AD}$  即  $\triangle ABC$  中  $\overline{BC}$  邊上的中線長度

$$\overline{BC} \text{ 邊上的中點 } D = \frac{B+C}{2} = (\frac{8+4}{2}, \frac{-1+7}{2}) = (6, 3)$$

即  $\overline{AD} = \sqrt{(6-2)^2 + (3-3)^2} = 4$ ，故選(A)

11. 設所求餘式為  $r(x) = mx + n$ ，商式為  $q(x)$

由除法原理知  $f(x) = (x+1)(x-2) \cdot q(x) + mx + n$

由餘式定理知  $\begin{cases} f(-1) = 3 \\ f(2) = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -m + n = 3 \\ 2m + n = 5 \end{cases}$

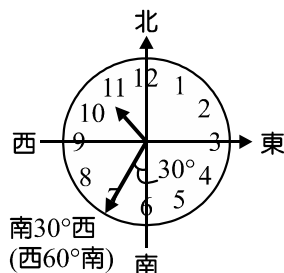
解聯立得  $m = \frac{2}{3}$ ， $n = \frac{11}{3}$

$\therefore$  餘式  $r(x) = \frac{2}{3}x + \frac{11}{3}$ ，故選(B)

12.  $y = 2\sin(kx) - 3$  ( $k > 0$ )，週期為  $\frac{2\pi}{|k|} = \frac{8\pi}{9}$

$\Rightarrow |k| = \frac{9}{4}$  又  $k > 0$ ，即  $k = \frac{9}{4}$ ，故選(C)

13. 根據題目敘述附圖如下：



分針走一小格是  $\frac{360^\circ}{60} = 6^\circ$ 。10點35分時，分針指在

鐘面上數字7的位置，此時分針與正南方(數字6的位置)夾角5小格  $\times 6^\circ = 30^\circ$ ，可知方位為南30°西或西60°南，故選(A)

14. 將  $3\sin^2 x - 14\sin x + 8 = 0$

因式分解得  $(3\sin x - 2)(\sin x - 4) = 0$

$\Rightarrow \sin x = \frac{2}{3}$  或  $\sin x = 4$  (不合  $\because -1 \leq \sin x \leq 1$ )

即  $a = \frac{2}{3}$

將平方關係式  $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

代入  $2\sin^2 x + 11\cos x - 7 = 0$

得  $2(1 - \cos^2 x) + 11\cos x - 7 = 0$

$\Rightarrow -2\cos^2 x + 11\cos x - 5 = 0$

$\Rightarrow 2\cos^2 x - 11\cos x + 5 = 0$

$\Rightarrow (2\cos x - 1)(\cos x - 5) = 0$

$\Rightarrow \cos x = \frac{1}{2}$  或  $\cos x = 5$  (不合  $\because -1 \leq \cos x \leq 1$ )

即  $b = \frac{1}{2}$

將  $6\tan^2 x + 7\tan x - 5 = 0$

因式分解得  $(2\tan x - 1)(3\tan x + 5) = 0$

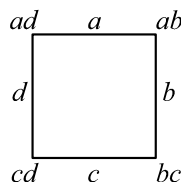
$\Rightarrow \tan x = \frac{1}{2}$  或  $\tan x = -\frac{5}{3}$  (都合  $\because \tan x$  為實數)

即  $c = \frac{1}{2}$  或  $-\frac{5}{3}$ ，故選(C)

15. 由  $2\vec{x} + \vec{a} - \vec{b} = 3(\vec{x} - \vec{b})$  得  $2\vec{x} + \vec{a} - \vec{b} = 3\vec{x} - 3\vec{b}$

所以  $\vec{x} = \vec{a} + 2\vec{b} = (-1, 3) + 2(2, -2) = (3, -1)$ ，故選(C)

16. 設四個邊分別為：上邊  $a$ 、右邊  $b$ 、下邊  $c$ 、左邊  $d$ ，四個頂點上的數為：左上角  $ad$ 、右上角  $ab$ 、右下角  $bc$ 、左下角  $cd$ ，如下圖所示：



根據題目：

$$ad + ab + bc + cd = 21 \Rightarrow a(b+d) + c(b+d) = 21$$

$$\Rightarrow (b+d)(a+c) = 21 = 1 \times 21 \text{ 或 } 3 \times 7 \text{ 或 } 7 \times 3 \text{ 或 } 21 \times 1$$

$\because$  每個邊  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  皆為正整數

$$\therefore b+d \neq 1 \text{ 且 } a+c \neq 1$$

$$\Rightarrow b+d = 3, a+c = 7 \text{ 或 } b+d = 7, a+c = 3$$

$$\Rightarrow a+b+c+d = (b+d) + (a+c) = 3+7 = 10$$

故選(C)

17. 多項式各項係數和為

$$f(1) = (3 \cdot 1^2 - 1 + 1)(1^3 + 2 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 + 5) = 3 \times 5 = 15$$

故選(D)

18. (A)  $\Delta = \frac{1}{2} \times 1 \times 2 \times \sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx \frac{1.732}{2} = 0.866$

$$(B) \text{ 梯形面積} = \frac{(1+2) \times 1}{2} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$(C) \Delta = \frac{1 \times \sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx \frac{1.732}{2} = 0.866$$

$$(D) \text{ 半圓形面積} = \frac{1}{2} \pi \times 1^2 = \frac{\pi}{2} \approx \frac{3.14}{2} = 1.57$$

故選(D)

19. 直線  $L$  為過  $(5, -7)$  與  $\overline{AB}$  垂直的直線：

$$\text{因 } m_{AB} = \frac{4-12}{(-12)-(-2)} = \frac{4}{5}$$

可知與  $\overline{AB}$  垂直的直線  $L$  斜率為  $-\frac{5}{4}$

由點斜式  $y - (-7) = -\frac{5}{4}(x - 5)$  整理可得

$$L: 5x + 4y + 3 = 0, \text{ 除以 } 5 \text{ 得 } x + \frac{4}{5}y + \frac{3}{5} = 0$$

$$\text{即 } a = \frac{4}{5}, b = \frac{3}{5}$$

$$(A) ab = \frac{4}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{12}{25} < 1$$

$$(B) a^2 + b^2 = \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} + \frac{9}{25} = 1$$

$$(C) a^2 = \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}, b^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} \Rightarrow a^2 > b^2$$

$$(D) (a+b)^2 = \left(\frac{4}{5} + \frac{3}{5}\right)^2 = \frac{49}{25} < 2$$

故選(B)

20. 已知二次函數最高點  $(1, 2)$ ，過點  $(0, \frac{3}{2})$

假設二次函數  $y = a(x-1)^2 + 2$ ，將  $(0, \frac{3}{2})$  代入

$$\Rightarrow a \times (0-1)^2 + 2 = \frac{3}{2} \Rightarrow a + 2 = \frac{3}{2} \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

此二次函數為  $y = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + 2$

而胡蘿蔔感應器的坐標需在函數圖形上，分別將選項各點的  $x$  坐標代入得

$$(A) \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right) \Rightarrow -\frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}-1\right)^2 + 2 = \frac{15}{8} \neq \frac{3}{2}$$

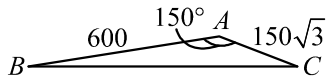
$$(B) \left(2, \frac{1}{2}\right) \Rightarrow -\frac{1}{2}(2-1)^2 + 2 = \frac{3}{2} \neq \frac{1}{2}$$

$$(C) \left(\frac{5}{2}, \frac{7}{8}\right) \Rightarrow -\frac{1}{2}\left(\frac{5}{2}-1\right)^2 + 2 = \frac{7}{8}$$

$$(D) \left(\frac{7}{2}, \frac{1}{2}\right) \Rightarrow -\frac{1}{2}\left(\frac{7}{2}-1\right)^2 + 2 = -\frac{9}{8} \neq \frac{1}{2}$$

故選(C)

21. 利用  $\triangle ABC$  解題：設  $A$  點為怡樂亭、 $B$  點為頭料山、 $C$  點為逍遙亭，則  $\overline{AB} = 600$  公尺、 $\overline{AC} = 150\sqrt{3}$  公尺、 $\angle BAC = 150^\circ$ ，如下圖



由餘弦定理知

$$\overline{BC}^2 = 600^2 + (150\sqrt{3})^2 - 2 \times 600 \times 150\sqrt{3} \times \cos 150^\circ$$

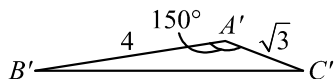
$$= 360000 + 67500 - 2 \times 600 \times 150\sqrt{3} \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= 697500$$

$$\Rightarrow \overline{BC} = \sqrt{697500} = 150\sqrt{31} \text{ 公尺，故選(B)}$$

[另解]

將原圖縮小  $\frac{1}{150}$  倍可得



由餘弦定理知

$$\overline{B'C'}^2 = 4^2 + \sqrt{3}^2 - 2 \times 4 \times \sqrt{3} \times \cos 150^\circ$$

$$= 16 + 3 - 2 \times 4 \times \sqrt{3} \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 31$$

$$\Rightarrow \overline{B'C'} = \sqrt{31} \text{，即 } \overline{BC} = 150\sqrt{31} \text{ 公尺，故選(B)}$$

22.  $\alpha$ 、 $\beta$  為方程式  $x^2 + 4x + 2 = 0$  的兩個實根

由根與係數知： $\alpha + \beta = -4$

由  $x = \alpha$  代入  $x^2 + 4x + 2 = 0$  得： $\alpha^2 + 4\alpha + 2 = 0$

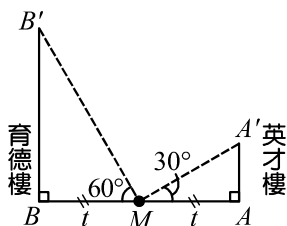
移項  $\Rightarrow \alpha^2 = -4\alpha - 2$  代入題目所求

$$\alpha^2 - 4\beta - 12 = (-4\alpha - 2) - 4\beta - 12$$

$$\Rightarrow -4(\alpha + \beta) - 14$$

$$\Rightarrow -4 \times (-4) - 14 = 16 - 14 = 2 \text{，故選(B)}$$

- 23.



兩棟樓：英才樓  $\overline{AA'}$  與育德樓  $\overline{BB'}$  如上圖所示， $M$  為

$\overline{AB}$  中點。 $\angle B'MB = 60^\circ$ 、 $\angle A'MA = 30^\circ$ ，因為仰角越大對應的樓高較高，所以  $\overline{BB'} > \overline{AA'}$

設  $\overline{AM} = \overline{MB} = t$ ，在  $\triangle B'MB$  中

$$\overline{MB} : \overline{BB'} = 1 : \sqrt{3} = t : \sqrt{3}t \Rightarrow \text{育德樓 } \overline{BB'} = \sqrt{3}t$$

在  $\triangle A'MA$  中

$$\overline{AM} : \overline{AA'} = \sqrt{3} : 1 = t : \frac{t}{\sqrt{3}} \Rightarrow \text{英才樓 } \overline{AA'} = \frac{t}{\sqrt{3}}$$

則育德樓的樓高與英才樓的樓高的比值

$$\frac{\overline{BB'}}{\overline{AA'}} = \frac{\sqrt{3}t}{\frac{t}{\sqrt{3}}} = 3 \text{ 倍，故選(A)}$$

24. 買 50 張： $350 \times 0.7 \times 50 = 12250$

設旅遊團人數  $30 \leq x < 50$

買票價格  $350 \times 0.8 \times x = 280x$ ，令  $280x > 12250$

$$\Rightarrow x > 43.75 \Rightarrow \text{至少 44 人，故選(C)}$$

25. WIFI 標誌由下而上拆成 3 部份：

$$\text{下方圓面積} = \pi \times 3^2 = 9\pi \text{ cm}^2$$

$$\text{扇形圓心角} = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$$

中間扇形面積

$$= \left(\frac{1}{2} \times 15^2 \times \frac{\pi}{3}\right) - \left(\frac{1}{2} \times 10^2 \times \frac{\pi}{3}\right) = \frac{125\pi}{6} \text{ cm}^2$$

上方扇形面積

$$= \left(\frac{1}{2} \times 25^2 \times \frac{\pi}{3}\right) - \left(\frac{1}{2} \times 20^2 \times \frac{\pi}{3}\right) = \frac{225\pi}{6} \text{ cm}^2$$

$$\text{則三個區域面積 } 9\pi + \frac{125\pi}{6} + \frac{225\pi}{6} = \frac{202\pi}{3} \text{ cm}^2$$

故選(B)